

積分の応用《基本演習》 (NO.1) 問題 1枚目

1. 次の広義積分を求めよ。

$$(1) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$(2) \int_1^{\infty} \frac{1}{x^5} dx$$

2. 数直線上を動く点 P の時刻 t における速度を

$$v(t) = 24 - 6t \text{ とするとき、次の各問に答えよ。}$$

ただし、点 P の $t=0$ における座標を 10 とする。

(1) 時刻 t における動点 P の座標を求めよ。

(2) 動点 P が再び出発点に戻るまでに動いた道のり（実際に動いた距離）を求めよ。

3. 次の図形の面積を求めよ。

(1) 曲線 $y = x^2 + 1$, x 軸, 2 直線 $x = 1, x = 2$ で囲まれた図形

(2) 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) と x 軸で囲まれた図形

(3) 曲線 $y = \frac{2}{x}$ と直線 $y = -x + 3$ で囲まれた図形

4. 次の図形を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。

(1) 曲線 $y = e^x$ と x 軸, y , 直線 $x = 1$ で囲まれた図形

(2) 曲線 $y = \cos x$ ($-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$) と x 軸で囲まれた図形

(3) 曲線 $y = x^2$ と直線 $y = -x + 2$ で囲まれた図形

5. 曲線 $C : y = \sqrt{4 - x^2}$ ($0 \leq x \leq 1$) について、次の問に答えよ。

(1) 曲線 C の長さを求めよ。

(2) 曲線 C を x 軸のまわりに回転してできる回転面の面積を求めよ。

積分の応用《基本演習》 (NO.1) 問題 2枚目

6. 媒介表示 $x = t^2, y = t - \frac{1}{3}t^3$ ($0 \leq t \leq 1$) で表される曲線 C がある。

(1) 曲線 C の長さを求めよ。

(2) 曲線 C を x 軸のまわりに回転してできる回転面の面積を求めよ。

7. 媒介表示 $x = 2(t - \sin t), y = 2(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) で表される曲線 C と x 軸とで囲まれる図形を A とする。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 図形 A を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。

8. 曲線 $C : r = 6\theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) と半直線 $\theta = \pi$ で囲まれる図形を A とするとき、次の問に答えよ。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 曲線 C の長さを求めよ。

9. ある種の細菌を培養すると、その増加率は現在の数に比例する。3 時間後には 1 万個、4 時間後には 5 万個だったとすると、次の問に答えよ。

(1) t 時間後の細菌の数を $N(t)$ とし、比例定数を k とするとき、 $N(t)$ を表す式を求めよ。

(2) 最初にいた細菌の数を求めよ。